

## SEANCE XXI : RUPTURE (TD)

A.-F. GOURGUES-LORENZON

### EXERCICE 1 : RUPTURE D'UNE VIS EN ACIER A HAUTE RESISTANCE

Cet exercice s'appuie sur l'expertise de la rupture d'une vis de hautes caractéristiques mécaniques. Un lot de telles vis, de diamètre 5 mm, a présenté des ruptures lors de la première utilisation de ces pièces, c'est-à-dire au moment de l'assemblage.

#### 1.1 Analyse mécanique simplifiée du serrage

- *Quelle est le chargement mécanique appliqué globalement à la vis lors du serrage ?*
- *Quel est le chargement mécanique appliqué localement dans l'axe de la vis ?*
- *Comment la vis tient-elle serrée ?*

#### 1.2 Expertise du lot de vis

- *La rupture des vis se produit dans la partie filetée (Figure 1a). Le plan de rupture vous paraît-il en accord avec l'analyse mécanique ci-dessus ? Quelle est la composante du chargement mécanique qui semble avoir conduit à la rupture ?*
- *La vue en coupe de la Figure 1b suggère-t-elle un mode de rupture fragile, semi-fragile ou ductile ?*

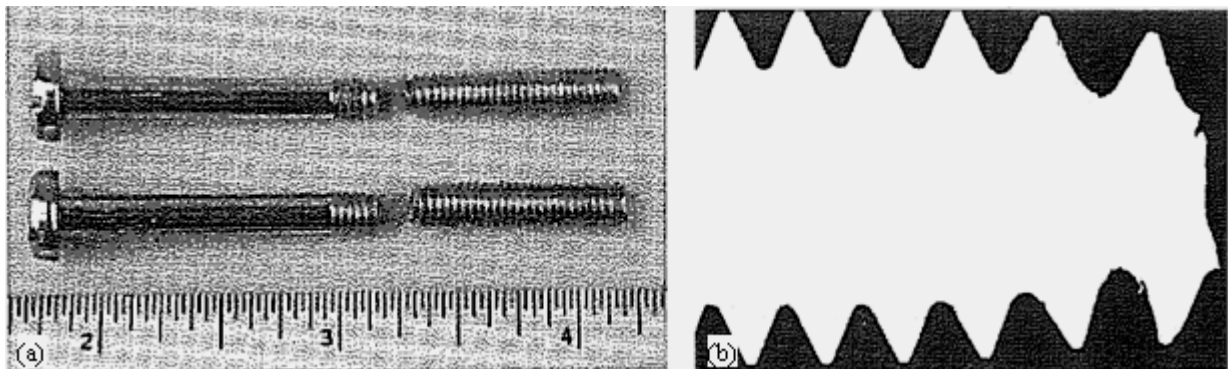


Figure 1 : Rupture d'un lot de vis lors du serrage. (a) Vue générale. (b) Vue en coupe d'une demi-vis rompue. D'après ASM Handbook vol. 11 (voir Références), p. 674.

#### 1.3 Analyses complémentaires

Le couple de serrage utilisé pour ces vis défectueuses, ainsi que les caractéristiques mécaniques (notamment la force à rupture en traction) de vis identiques (même lot) sont conformes aux spécifications. L'analyse « matériau » ne signale donc pas d'anomalie particulière. Il faut alors affiner l'analyse mécanique.

Une formule couramment utilisée pour le dimensionnement des assemblages vissés est la suivante :

$$T = K D P \quad [1]$$

T est le couple de serrage, P est la force de traction le long de l'axe de la vis, D est le diamètre de la vis et K est un coefficient qui dépend notamment du coefficient de frottement entre la vis et l'alésage.

Quel est le terme de l'équation sur lequel vous feriez porter les prochaines investigations ?

## EXERCICE 2 : DIMENSIONNEMENT DE L'INSPECTION D'UN FUSELAGE D'AVION PAR TOLERANCE AU DOMMAGE

On distingue communément trois types de dimensionnement vis-à-vis de la rupture : « safe life », « fail safe » et « damage tolerance ».

Dans le dimensionnement « safe life » on garantit que la pièce ne présentera pas de défaillance au cours de son utilisation. On utilise pour cela les caractéristiques moyennes à rupture et on applique un coefficient de sécurité élevé pour fixer le chargement mécanique maximum que la pièce pourra supporter. C'est le cas, pour l'aéronautique, des trains d'atterrissage.

Dans le dimensionnement « fail safe », on s'assure que la rupture de la pièce n'entraînera pas de conséquence catastrophique avant réparation. En aéronautique, un tel dimensionnement impose par exemple des chemins « redondants » de transmission des efforts. C'est le cas, pour l'aéronautique, des liaisons entre le moteur et l'aile ainsi que des aubes de turbine des turboréacteurs.

Dans le dimensionnement de tolérance au dommage, on garantit que la structure pourra supporter une fissuration détectable lors de la maintenance, sans défaillir entre deux inspections. Il faut donc calculer l'intervalle d'inspection en fonction de ce que l'on connaît du comportement du matériau face à la fissuration. Seule cette méthode permet de prendre en compte la propagation de fissure par fatigue.

La non-prise en compte des phénomènes de propagation de fissure par fatigue a été une des causes des accidents des avions « Comet » dans les années 1950 : les fuselages se sont « décapotés » en plein vol à la suite de la propagation de fissures à partir de zones de concentration de contraintes. L'exercice consiste à appliquer une méthode de tolérance au dommage à une pièce de fuselage d'avion réalisée en alliage d'aluminium 2024.

### 2.1 Analyse du chargement mécanique

Le fuselage d'un avion est soumis à diverses contraintes au cours de son utilisation. Ces contraintes sont liées en particulier à la pressurisation de la cabine (à une pression équivalant, pour les passagers, à une altitude de 2400 m). On considère ici que la mise en pression est le chargement principal de la pièce considérée.

*En analysant d'une manière très simple l'utilisation de l'avion, déterminer l'ordre de grandeur du nombre de cycles que peut subir la pièce.*

On assimile le fuselage à un tube très long, de diamètre 2,668 m et d'épaisseur 1,27 mm.

*Quelle est la direction de la contrainte principale maximale ? Calculer la valeur de cette contrainte et en déduire les paramètres pertinents du cycle de fatigue pour un avion long courrier. Préciser les hypothèses posées pour ce calcul.*

### 2.2 Analyse du scénario possible de rupture

On s'intéresse ici à l'assemblage d'une pièce de diamètre 76,2 mm (3 in) au fuselage. Du fait de la géométrie de l'ensemble, on assimilera cet assemblage à un trou dans le fuselage.

*Imaginer un scénario plausible pour la rupture du fuselage au cours de l'utilisation de l'avion. Préciser les propriétés du matériau qui sont en jeu et les méthodes de caractérisation associées. De quels paramètres a-t-on besoin pour mener l'analyse mécanique d'une défaillance potentielle ?*

### 2.3 Détermination de la longueur de défaut critique

La première étape consiste à déterminer la taille maximale admissible pour un défaut que l'on assimilera à une fissure.

*Quelle est la grandeur qui caractérise le chargement mécanique en présence d'une fissure et quelle est la propriété du matériau associée ?*

*Pour calculer cette grandeur, on a besoin d'un coefficient qui dépend de la géométrie du matériau. Comment pourrait-on simplifier la géométrie, en tenant compte du diamètre des rivets par rapport au diamètre du fuselage ?*

On donne la formule correspondante :

$$K = Y \left( \frac{a}{r} \right) \sigma \sqrt{\pi a} \quad [2]$$

Pour la géométrie considérée où  $a$  est la longueur de la fissure et  $r$  le rayon du trou :

$$Y \left( \frac{a}{r} \right) = 0.707 - 0.18 \lambda + 6.55 \lambda^2 - 10.54 \lambda^3 + 6.85 \lambda^4 \quad \text{où } \lambda = \frac{1}{1 + \frac{a}{r}} \quad [3]$$

Calculer la longueur de fissure critique pour laquelle on atteint la ténacité du matériau, qui est de  $109 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . On utilisera une méthode itérative en choisissant judicieusement la valeur initiale de  $Y$ .

#### 2.4 Détermination des intervalles entre inspections

On suppose que la taille de défaut initial est de l'ordre de l'épaisseur de la tôle, soit  $1,27 \text{ mm}$ . Il faut maintenant calculer le nombre de cycles de fatigue (i.e. le nombre de vols) que la fissure emploiera pour se propager et atteindre la longueur critique définie dans la question précédente.

*Donner une méthode qui utilise les données de la Figure 2 pour déterminer le nombre total de cycles de fatigue correspondant à une propagation de la fissure jusqu'à sa taille critique. Appliquer cette méthode en prenant pour pas d'itération 200 cycles.*

Tous calculs faits, le nombre de cycles à rupture est une fonction du pas d'itération (Figure 3) : on trouve 3838 cycles pour un pas de 1 cycle, 3871 pour un pas de 10 cycles, 4201 cycles pour un pas de 100 cycles et 4601 cycles pour un pas de 200 cycles.

*Commenter l'écart entre l'itération tous les 100 cycles et l'itération tous les cycles.*

*Sachant qu'on doit détecter la fissure bien avant qu'elle atteigne une taille critique, on souhaite imposer une inspection à demi-durée de vie soit au bout de 1900 cycles environ. La Figure 4 prévoit-elle que la fissure sera détectable par contrôle non destructif ?*

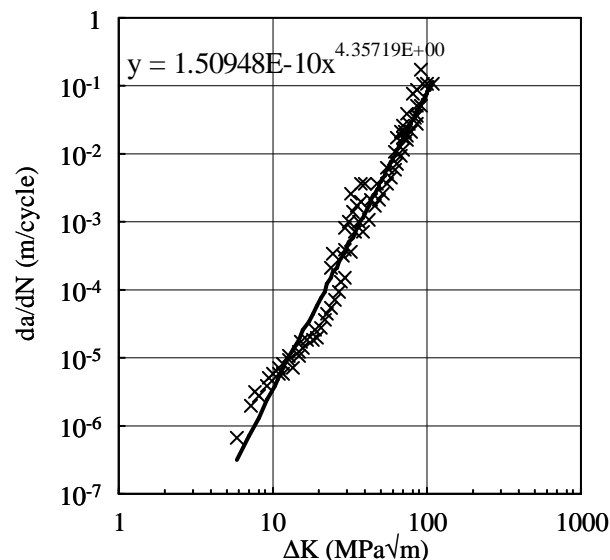


Figure 2 : Données expérimentales de propagation de fissure par fatigue dans un alliage 2024 ayant subi le même traitement thermique que l'alliage de fuselage considéré dans l'exercice. Le rapport de charge est égal à zéro.

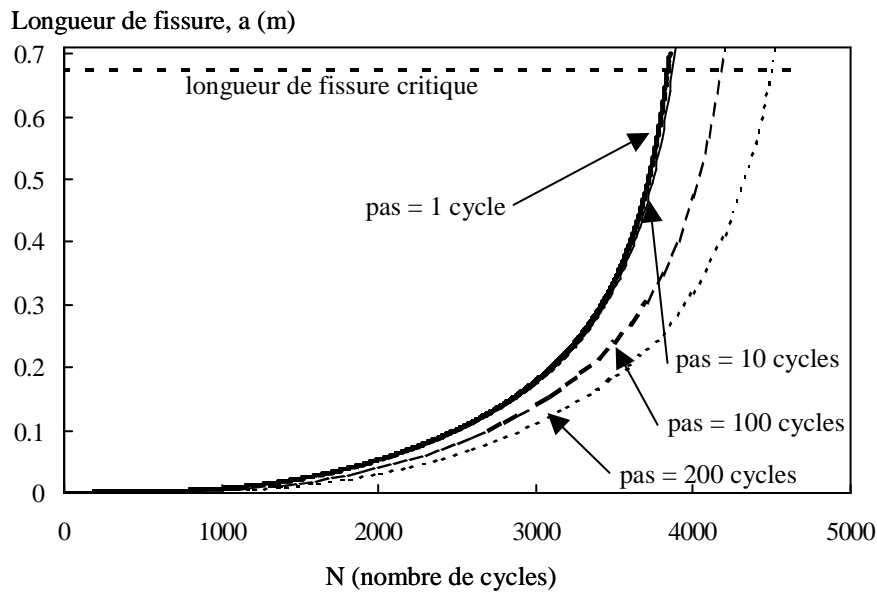


Figure 3 : Propagation de la fissure par fatigue en fonction du nombre de cycles, pour différents pas d'itération.

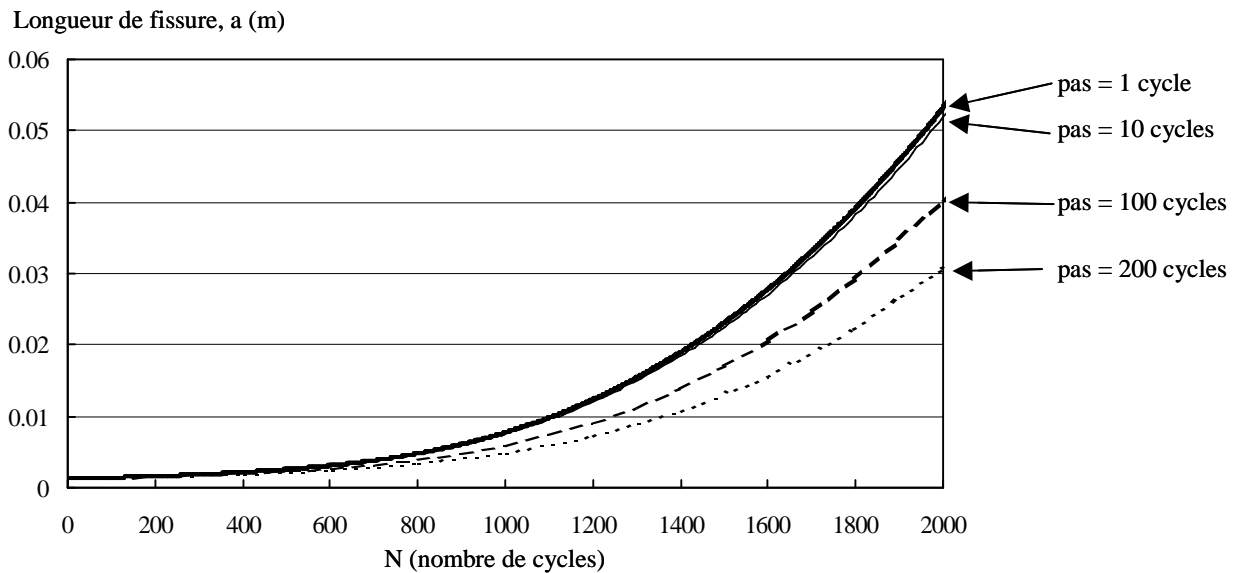


Figure 4 : Agrandissement de la Figure 3 pour la première demi-durée de vie de la structure.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ASM Handbook vol. 11, Failure Analysis and Prevention, ed. W.T. Becker et R.J. Shipley, pp. 283-285 et 673-674. *N.B. : on a utilisé d'autres coefficients de la loi de Paris que ceux donnés page 284 de cette référence.*

## SEANCE XXI : RUPTURE (CORRIGE)

A.-F. GOURGUES-LORENZON

### EXERCICE 1 : RUPTURE D'UNE VIS EN ACIER A HAUTE RESISTANCE

#### 1.1 Analyse mécanique simplifiée du serrage

Lors du serrage, un couple de torsion est appliqué à la vis. Du fait du frottement des filets dans l'alésage, il en résulte notamment un effort de traction selon l'axe de la vis.

La vis ne tient serrée que par le frottement au niveau du filet : *si elle est trop lubrifiée, elle risque de se dévisser. Une relaxation excessive par déformation lente (fluage) pourrait également causer une perte de serrage.*

#### 1.2 Expertise du lot de vis

D'après la Figure 1a, le plan de rupture est perpendiculaire à l'axe de la vis, ce qui est compatible avec l'effort de traction cité précédemment.

On remarque sur la Figure 1b que près de la zone de la rupture, le diamètre de la vis a diminué et les filets se sont écartés : c'est le signe d'une déformation importante : la réduction de diamètre est de l'ordre de 50%. Le mode de rupture est donc ductile, il n'y a pas eu de fragilisation particulière à l'origine de la rupture de ces vis.

#### 1.3 Analyses complémentaires

Le couple de serrage est conforme aux spécifications, la charge à rupture en traction également, il faut donc chercher au niveau du troisième terme de la formule : le coefficient K. On indique que le frottement intervient, il faut donc regarder les conditions de frottement et en particulier le graissage de la vis.

*P.S. L'expertise a effectivement montré que le lubrifiant utilisé n'était pas celui préconisé par le fournisseur et conduisait à un effort de traction double de l'effort calculé dans les conditions normales d'utilisation, excédant la résistance à la rupture du matériau constitutif des vis.*

### EXERCICE 2 : DIMENSIONNEMENT DE L'INSPECTION D'UN FUSELAGE D'AVION PAR TOLERANCE AU DOMMAGE

#### 2.1 Analyse du chargement mécanique

La mise en pression a lieu une fois par vol, le nombre de cycles que peut subir la pièce doit donc être au moins égal au nombre de vols prévus. Pour un avion qui vole pendant 10 ans (en dehors des maintenances et maintiens au sol), avec 10 heures de vol en moyenne par 24h (long courrier), le nombre de vols est égal à  $10 \times 365 \times 24 / 10$  soit 8760 vols ou encore 8760 cycles.

La direction de la contrainte principale maximale peut être facilement trouvée si on imagine la forme que prendrait le fuselage (assimilé à un tube sous pression) lors d'un éclatement : il s'ouvrirait avec une fissure axiale. La contrainte principale maximale est donc la contrainte circonférentielle, encore appelée contrainte de membrane.

En supposant que le tube est mince (ce qui est le cas), on coupe mentalement le tube en deux et on calcule la résultante des forces s'exerçant perpendiculairement au plan de coupure :

sur le plan :

$2\sigma_{\theta\theta} (eL)$  en notant  $e$  l'épaisseur du tube et  $L$  la longueur du tube

La résultante des efforts de pression, projetés selon l'axe en question, s'écrit de la manière suivante :

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} P \cos \phi \, dS = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} P \cos \phi \, Lr \, d\phi = [PLr \sin \phi]_{-\pi/2}^{+\pi/2} = 2PLr$$

avec P la différence de pression entre intérieur et extérieur du tube, ce qui conduit à :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{Pr}{e}$$

Application numérique : pour P = 1 bar = 0,1 MPa on obtient :  $\sigma_{\theta\theta} = 105$  MPa. On a fait l'hypothèse que la pression était quasiment nulle à l'extérieur de l'avion lors du vol de croisière, ce qui est raisonnable.

Le fuselage est donc sollicité en fatigue, avec une contrainte minimale égale à zéro lorsqu'il est au sol et une contrainte maximale égale à 105 MPa. Le rapport de charge est donc égal à zéro.

## 2.2 Analyse du scénario possible de rupture

Le trou étant une zone de concentration de contraintes, on imagine qu'une fissure de fatigue peut naître à partir du bord de ce trou, se propager de manière stable dans le fuselage jusqu'à ce que le chargement en pointe de fissure, qui augmente avec la longueur de la fissure, atteigne une valeur critique : la ténacité.

Deux familles de paramètres au moins entrent en jeu (en négligeant l'étape d'amorçage, ce qui ne compromet pas la validité du calcul) : la ténacité et les paramètres gouvernant la propagation de la fissure par fatigue (on songe à une loi de Paris). Les méthodes de caractérisation sont celles de la mécanique de la rupture : essais de fatigue et de traction sur éprouvettes pré-fissurées.

On cherchera donc dans la suite à calculer la ténacité et à identifier une loi de propagation de fissure par fatigue.

## 2.3 Détermination de la longueur de défaut critique

Le chargement mécanique en présence d'une fissure, en régime élastique, est le facteur d'intensité des contraintes, K. La valeur critique de ce facteur, qui est *en première approximation* une propriété du matériau, est précisément la ténacité.

Le fuselage étant de grand diamètre, on l'assimile à une plaque plane infinie trouée et on considère une fissure naissant au bord d'un trou (de rayon r) de cette plaque plane. La plaque est soumise à une contrainte de traction égale à la contrainte de membrane calculée précédemment. C'est ce qui est utilisé pour le calcul de la fonction Y donnée dans l'énoncé.

La longueur de fissure critique se calcule à l'aide de la ténacité et du chargement appliqué à l'éprouvette :

$$K_c = Y\left(\frac{a_c}{r}\right)\sigma_{\theta\theta}\sqrt{\pi a_c} \quad \text{d'où} \quad a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_c}{Y\sigma_{\theta\theta}}\right)^2$$

Comme Y dépend de  $a_c$ , le calcul analytique ne peut pas être fait exactement d'une manière simple. On choisit donc d'itérer, en prenant une première valeur pour Y, en calculant ensuite  $a_c$ , puis en calculant la nouvelle valeur de Y et ainsi de suite. On choisit pour valeur initiale le terme constant car la longueur de fissure restera sans doute grande devant le rayon du trou, ce qui donne des faibles valeurs de  $\lambda$ . Le résultat est donné dans le Tableau 1, montrant une convergence très rapide. On prend donc :  $a_c = 0,674$  m.

TABLEAU 1 : CALCUL DE LA LONGUEUR CRITIQUE DE FISSURE

$Y(a_c/r)$ (sans dimension)	$a_c$ (m)	$\lambda(a_c/r)$ (sans dimension)
0,707	0,688	0,052
0,714	0,675	0,053
0,715	0,674	0,054
0,715	0,674	0,054

## 2.4 Détermination des intervalles entre inspections

On doit calculer le nombre de cycles nécessaires pour que la fissure passe de la longueur initiale égale à 1,27 mm à la longueur critique que l'on vient de calculer. Pour cela, il faut incrémenter la longueur de la fissure d'après la loi de Paris (équation de la Figure 2). Pour utiliser la loi de Paris, on s'assure que le matériau est bien similaire (même traitement thermique, en particulier) et que le rapport de charge est bien identique (ici zéro).

Le calcul ne peut pas être fait d'une manière simple car il faut augmenter  $\Delta K$  lorsque  $a$  augmente, notamment en faisant varier  $Y$ . On utilise donc l'algorithme suivant :

- calcul de  $\lambda$  puis de  $Y$
- calcul de  $\Delta K$
- calcul de  $da/dN$  en utilisant la loi de Paris
- calcul de  $da$  en fonction du nombre de cycles utilisé pour le pas ( $dN$ )
- incrémentation de  $a$

On recommence ensuite le calcul de  $Y$ , et ainsi de suite jusqu'à ce que  $a$  atteigne la valeur critique  $a_c$ .

Le calcul nécessite une machine programmable. Le Tableau 2 donne le résultat pour un pas de 200 cycles. Un fichier Excel est également disponible avec la détermination de la loi de Paris et le calcul de  $a(N)$  pour différents pas d'itération.

TABLEAU 2 : EVOLUTION DE LA LONGUEUR DE LA FISSURE AU COURS DE L'UTILISATION DE LA PIECE

N	a (m)	N	a (m)	N	a (m)
1	0,00127	1601	0,01562	3201	0,13627
201	0,00155	1801	0,02228	3401	0,16672
401	0,00194	2001	0,03088	3601	0,20427
601	0,00253	2201	0,04168	3801	0,25238
801	0,00344	2401	0,05492	4001	0,31718
1001	0,00488	2601	0,07072	4201	0,41046
1201	0,00716	2801	0,08925	4401	0,55756
1401	0,01064	3001	0,11086	4601	0,82240

Plus le pas est grand, plus le nombre de cycles pour lequel on utilise la valeur de  $da/dN$  (correspondant au premier cycle du pas) est élevé : on sous-estime la vitesse de propagation de la fissure, puisque la longueur de fissure augmente à tous les cycles, augmentant d'autant l'amplitude du chargement. L'effet est non négligeable du fait de la forte non-linéarité de la loi de Paris. Les courbes réalisées avec un pas de 10 cycles et un pas de 1 cycle sont assez proches, celles réalisées avec un pas de 100 ou 200 cycles sont trop optimistes, ce qui est dangereux car on risque de surestimer le nombre de cycles à rupture.

Pour  $N = 1900$  cycles, la taille de la fissure est supérieure à 4 cm, ce qui la rend détectable par contrôle non destructif. On peut donc programmer une inspection tous les 1900 vols.

*P.S. : Il serait cependant prudent de programmer au moins une inspection intermédiaire : si l'inspection à 1900 vols ne permet pas de détecter une fissure réellement existante (par exemple par une erreur de manipulation), le contrôle suivant doit permettre de détecter la fissure avant qu'elle atteigne une longueur critique... Si on contrôle tous les 1900 cycles, ledit contrôle suivant aura lieu au bout de 3800 vols, avec un risque de rupture extrême avant même ce deuxième contrôle. Une inspection tous les 900 vols paraît donc plus raisonnable.*